

# Sistemi Dinamici 2018-2019

Il corso introduce la teoria dei sistemi dinamici, in particolare l'analisi qualitativa del flusso di sistemi di equazioni differenziali ordinarie.

## Programma

### 1) Proprietà generali dei sistemi dinamici a tempo continuo.

Definizione di sistema dinamico a tempo continuo, proprietà del flusso. Teoremi di esistenza, continuità, differenziabilità e proprietà di gruppo del flusso. Equazione alle variazioni. Teorema di Liouville.

### 2) Sistemi completamente risolvibili.

Sistemi in una sola variabile spaziale, analisi qualitativa della dinamica. Equazione logistica e varianti. Biforcazioni per sistemi unidimensionali. Sistemi conservativi ad un grado di libertà. Ritratti di fase e analisi della dinamica intorno a punti di equilibrio. Periodo di oscillazione intorno a centri nonlineari.

### 3) Sistemi lineari.

Soluzione esplicita di equazioni lineari. Analisi qualitativa della dinamica. Classificazione dei sistemi piani; dinamica di oscillatori armonici disaccoppiati. Esponenziali di matrice e stime analitiche sul propagatore. Formula di Duhamel, Applicazione a oscillatore armonico con attrito e forzante.

### 4) Sistemi nonlineari: analisi locale.

Stabilità orbitale e asintotica nonlineare. Condizioni per la stabilità asintotica e l'instabilità di punti di equilibrio. Il teorema della varietà stabile ed instabile. Il primo teorema di Lyapunov. Stabilità di punti di equilibrio in sistemi conservativi e Hamiltoniani. Problema circolare dei tre corpi ristretto: punti fissi e stabilità lineare.

### 5) Sistemi nonlineari: analisi globale.

Insiemi  $\omega$ -limite e loro proprietà. Teorema di LaSalle. Applicazioni a modelli SIR, SIRS e Lotka-Volterra. Teorema di Poincaré-Bendixson. Costruzione di orbite periodiche in sistemi piani col metodo trapping. Orbita periodica in Van der Pol

## **6) Sistemi dinamici discreti.**

Definizioni e proprietà, analisi qualitativa dei sistemi unidimensionali. Dinamica delle rotazioni del cerchio. Definizione di dinamica caotica. Dinamica della mappa tenda e del raddoppio dell'angolo. Dinamica simbolica. La mappa del panettiere. Introduzione ai fenomeni omoclini, lemma dell'orbita ombra (senza dimostrazione) e applicazioni.

### **LIBRI DI TESTO CONSIGLIATI**

1. Hirsh, Smale, Devaney -Differential Equations, Dynamical Systems, and an Introduction to Chaos
2. Hirsh, Smale -Differential Equations, Dynamical systems and linear algebra
3. Arnold - Ordinary differential equations
4. Strogatz - Nonlinear dynamics and chaos
5. Amann - Ordinary Differential Equations: An Introduction to Nonlinear Analysis
6. Coddington, Levinson - Theory of Ordinary Differential Equations

### **DISPENSE CONSIGLIATE**

1. A. Giorgilli -Metodi e Modelli Matematici per le Applicazioni
2. D. Bambusi -Appunti di sistemi dinamici
3. G. Benettin -Una passeggiata tra i sistemi dinamici